Teoria układów cyfrowych
Zadania. Zestaw nr 1

- Rachunek zdań

1. Jaka jest wartość logiczna podanych niżej zdań jeżeli p=1, q=0, r=0

   $(p \cdot q) + \overline{r}$

   $\overline{(p \cdot q)} \equiv p$

   $\overline{(p \cdot q)} \cdot r$

   a ≡ b oznacza „a wtedy i tylko wtedy gdy b" (równoważność)

2. dla jakich wartości logicznych p i q podane poniżej zdania logiczne są prawdziwe?

   $\overline{(p + q)}$

   $\overline{(p \cdot q)}$

   $\overline{(p \equiv q)}$

-

1. obliczyć wartość logiczną wyrażenia

   $(((a|a)|a)|a)|a$

   gdy a=0 i gdy a=1

   a|b jest funkcją nazywaną kreską Sheffera i definiowane jest jako $a|b = \overline{a \cdot b}$

2. stosując aksjomaty algebry Boole'a i odpowiednio przekształcając podane poniżej wyrażenia doprowadź je do prostszej postaci

   $a) \quad (a + \overline{b} + a \cdot b) \cdot (a + \overline{b}) \cdot \overline{a} \cdot b =$

   $b) \quad (a + \overline{b} + a \cdot \overline{b}) \cdot (a \cdot b + \overline{a} \cdot c + bc) =$

3. Korzystając z praw de Morgana podać formułę równą negacją wyrażenia

   $a) \quad a(b + c \cdot d)$

   $b) \quad a \cdot b \cdot c + b \cdot (\overline{c} + \cdot \overline{d})$

   $c) \quad a + b \cdot \overline{c}$

4. Zakładając, że

   $x = x_3 \cdot x_2 \cdot x_1$ jest liczbą binarną 3 bitową opisać przy pomocy tablicy prawdy funkcję logiczną która przyjmuje wartość 1 kiedy:

   a) x zawiera tylko jeden bit który jest 1,

   b) x jako wartość w naturalnym kodzie binarnym jest mniejsza od 3

5. Opisać (tablica prawdy, postacie kanoniczne) układ funkcji o dwóch argumentach A i B i dwóch wartościach funkcji S i C który realizuje dodawanie binarne dwóch bitów A i B. Na wyjściu S powinna pojawiać się suma algebraiczna, a na wyjściu C odpowiednie przeniesienie.

6. Opisać układ 3 funkcji logicznych (bit młodszy, bit straszy i przeniesienie) realizujący dodawanie dwóch liczb 2 bitowych

7. Dla funkcji *f* i *g*

$$f = d + a \cdot b \cdot \overline{c}$$
$$g = d \cdot (\overline{a} + \overline{b} + c) \cdot (a + \overline{c})$$

przedstaw tablicę prawdy funkcji $f + g$

8. dla jakich wartości zmiennych x_1,x_2 i x_3 zachodzą niżej napisane równości?

$$a)\quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 = 1$$
$$b)\quad (x_1 + x_2 + \overline{x_3}) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + x_3) \cdot (\overline{x_1} + x_2 \cdot + x_3) = 0$$

9. zapisz funkcję $y = (x_1 + \overline{x_2}) \cdot x_3$ za pomocą :
   a) kreski Sheffera
   b) strzałki Pierce'a

   a↓b jest funkcją nazywaną strzałką Pierce'a i definiowane jest jako $a \downarrow b = \overline{a + b}$

10. Narysować układ kombinacyjny realizujący funkcje logiczną $f = (y + z) \cdot x$ używając bramek
    a) AND, OR, NOT
    b) tylko NAND
    c) tylko NOR

11. Używając bramek AND, OR i NOT narysować układ kombinacyjny realizujący funkcję trzech zmiennych *a,b,c*
    a) przyjmującą wartość 1 kiedy wszystkie zmienne są jednakowe
    b) przyjmującą wartość 0 kiedy dwie zmienne mają tą samą wartość

12. Narysować układ logiczny realizujący wymienione niżej formuły boolowskie z użyciem jedynie bramek NAND:

$$a)\quad a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot c + \overline{a} \cdot b$$
$$b)\quad (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + b) \cdot (\overline{a} + \overline{c})$$
$$c)\quad \overline{a} \cdot b + a + \overline{c} + \overline{d}$$
$$d)\quad \overline{a \cdot b} \cdot \overline{a \cdot c}$$
$$e)\quad \overline{a \cdot b + \overline{\overline{a \cdot c}}}$$

13. udowodnij niżej podane tożsamości

    a) $a \oplus b \oplus (a \cdot b) = a + b$
    b) $(a \mid b) \mid (a \mid b) = a \cdot b$
    c) $(a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b) = a + b$
    d) $a \cdot (a \oplus b) = a \cdot \overline{b}$

    ⊕ (różnica symetryczna, inaczej EX-OR), jest definiowana jako: $a \oplus b = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b$

14. czy prawdziwe są niżej podane wzory
    a) $(a \mid b) \mid c = a \mid (b \mid c)$
    b) $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$
    c) $a \oplus a \oplus a = a$

d) $a \oplus (b + c) = (a \oplus b) + (a \oplus c)$

e) $a \cdot b \oplus a \cdot c = a \cdot (b \oplus c)$

wskazówka. Trzeba tak przekształcić lewą i prawą stronę, by doprowadzić do ich równości lub nierówności. Można też to zrobić, budując tablicę prawdy dla lewej i prawej strony i sprawdzić, czy tablice są dla obu stron identyczne.

15. Udowodnij twierdzenie

a) $a \oplus b = c$ to $a \oplus b \oplus c = 0$

16. Przedstawić funkcję

$$y = a \cdot b \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot d + c \cdot \overline{b} \cdot d$$

w postaci kanonicznej sumy

17. Przedstawić funkcję

$$y = (\overline{a} + \overline{b} + \overline{d}) \cdot (a + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + b + d) \cdot (b + \overline{c} + \overline{d})$$

w postaci kanonicznej iloczynu

18. Uzupełnij niżej podane równości

a) $\sum(0,1,6,7)_{x_1x_2x_3} = \prod(.........)_{x_1x_2x_3}$

b) $\sum(0,1,4,6)_{x_1x_2x_3} = \prod(.........)_{x_1x_2x_3}$

Uwaga. Zapis wyjaśnię na zajęciach, zadanie rozwiążemy na zajęciach

19. Określ, od ilu zmiennych istotnie zależą funkcje niżej podane

a) $y = \sum(0,1,2,3,8,9,10,11)_{x_1x_2x_3x_4}$

b) $y = \sum(12,13,14,15)_{x_1x_2x_3x_4}$

c) $y = \sum(0,5,10,15)_{x_1x_2x_3x_4}$

20. Uprość niżej podane wyrażenia

a) $\overline{\overline{\overline{\overline{x_1} \cdot x_2} \cdot x_3} \cdot x_4}$

b) $\overline{\overline{\overline{\overline{x_1} + x_2} + x_3} + x_4}$

c) $\overline{x_1 + \overline{x_2 + \overline{x_3 + x_4}}}$

d) $\overline{\overline{x_1 \cdot x_2} \cdot \overline{x_1 \cdot \overline{x_2}} \cdot \overline{x_3 \cdot x_4} \cdot \overline{x_3 \cdot \overline{x_4}}}$

21. Zapisz odpowiednio w kanonicznej postaci sumy lub iloczynu następujące funkcje boolowskie zapisane numerycznie

a) $y = \sum(0,1,3,5,7)_{x_1x_2x_3}$

b) $y = \prod(0,1,3,5,7)_{x_1x_2x_3}$