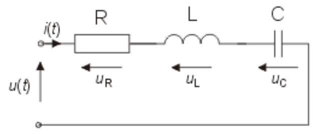
Podstawy elektroniki, elektrotechniki i miernictwa

Wykład 6

Podstawy teorii obwodów (cd)

Zjawisko rezonansu

Zjawisko rezonansu



$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

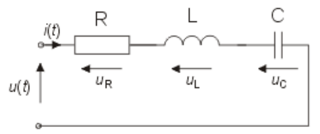
Przypomnijmy $|I| = \dfrac{|U|}{|Z|} = \dfrac{|U|}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}}$ $\qquad \varphi = arctg\, \dfrac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$

Wartość prądu jest maksymalna dla $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\boxed{f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

$\varphi_0 = 0^\circ$

Zjawiskiem rezonansu nazywamy taki stan obwodu RLC przy którym prąd i napięcie są ze sobą w fazie

Zjawisko rezonansu



$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

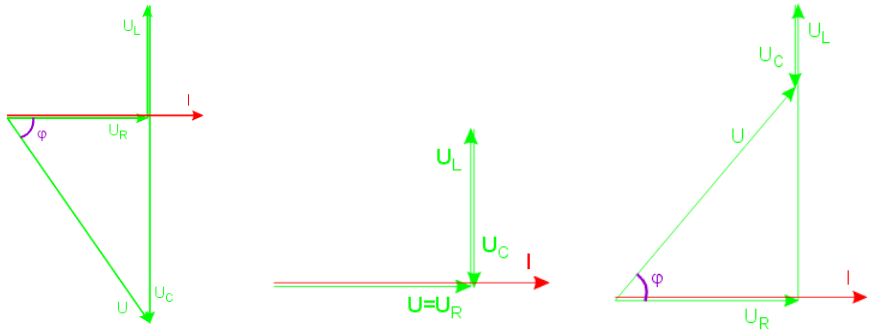
$$U = U_R + U_L + U_C = RI + jX_L I - jX_C I = I[R + j(X_L - X_C)]$$

Przesuniecie fazowe będzie równe 0 gdy $X_L = X_C$ a to ma miejsce dla pulsacji rezonansowej

$\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\qquad \boxed{f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

w stanie rezonansu napięcia na cewce i kondensatorze są równe co do modułu, ale przeciwnie skierowane

Zjawisko rezonansu



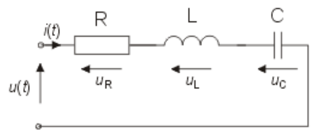
Dla częstotliwości mniejszych niż rezonansowa, napięcie na kondensatorze jest większe niż na cewce

Dla częstotliwości rezonansowej napięcia na kondensatorze i na cewce są równe.

Dla częstotliwości większych niż rezonansowa, napięcie na cewce większe niż na kondensatorze

przed rezonansem obwód szeregowy RLC ma charakter pojemnościowy, w czasie rezonansu - rezystancyjny, a dla częstotliwości większych niż rezonansowa - indukcyjny.

Zjawisko rezonansu



$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

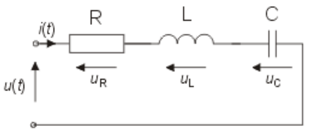
- **Częstotliwość rezonansowa** $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$
- **Dobrocią** Q w obwodzie szeregowym RLC nazywamy stosunek wartości skutecznej napięcia na elemencie reaktancyjnym (kondensatorze lub cewce) do wartości skutecznej napięcia na elemencie rezystancyjnym w czasie rezonansu

$$Q = \frac{|U_L|}{|U_R|} = \frac{|U_C|}{|U_R|} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C}$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$ jest nazywane ***rezystancja charakterystyczną*** szeregowego obwodu rezonansowego

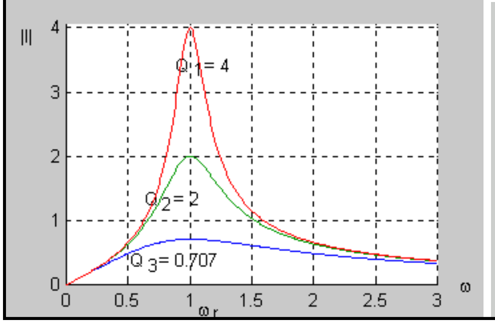
Zjawisko rezonansu –charakterystyki częstotliwościowe

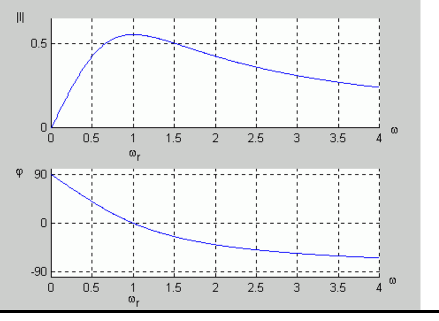


$$I(\omega)=\frac{U}{R+j\omega L-j\dfrac{1}{\omega C}}=|I(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

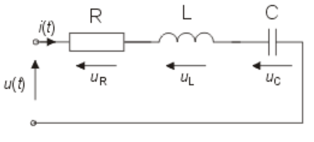
$$|I(\omega)|=\frac{|U|}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/(\omega C))^2}}$$ **charakterystyka amplitudowa**

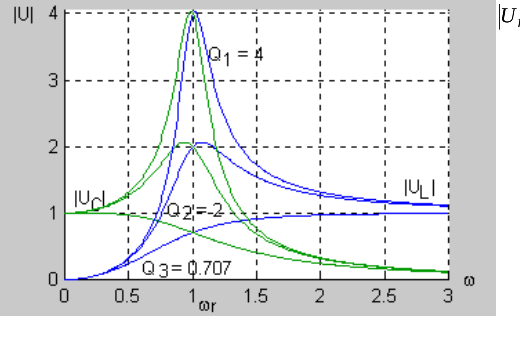
$$\varphi(\omega)=-arctg\frac{\omega L-1/(\omega C)}{R}$$ **charakterystyka fazowa**





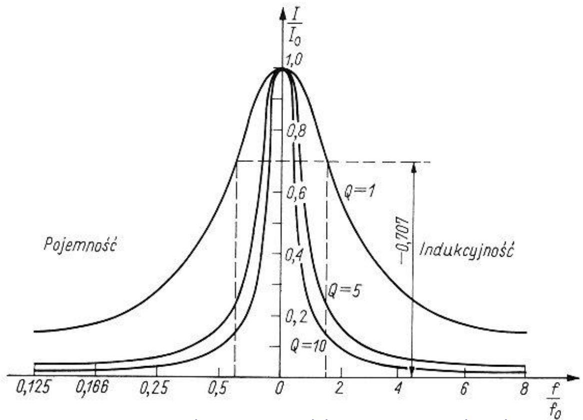
Zjawisko rezonansu –charakterystyki częstotliwościowe





$$|U_L(\omega)|=\frac{|U|\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/(\omega C))^2}}$$

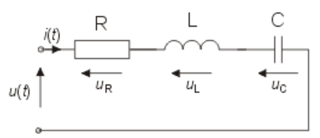
Zjawisko rezonansu –charakterystyki częstotliwościowe



Pasmem przepustowym (przepuszczania) szeregowego obwodu rezonansowego RLC nazywamy przedział częstotliwości (f_1, f_2) w otoczeniu częstotliwości rezonansowej f_r, na którego krańcach wartość skuteczna sygnału napięcia na rezystorze R w obwodzie jest równa $|U|/\sqrt{2}$ (spadek mocy o 3 **dB** (**decybele**) $=20\log_{10}(|U_0|/|U|)$ w stosunku do wartości maksymalnej).

Można pokazać, że $f_2 - f_1 = \dfrac{f_0}{Q}$

Zjawisko rezonansu



V= 12 V ; R= 100 Ω ; L= 0.5 mH ;C= 1 nF

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-9}}} = 225{,}1kHz$$

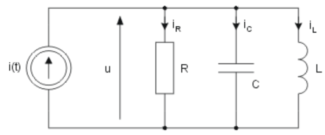
$$I = 0{,}12A$$

$$V_L = 0{,}12\cdot 2\pi\cdot 225{,}1\cdot 10^{3}\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3} = 84{,}9V$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{\sqrt{\frac{0{,}5\cdot 10^{-3}}{10^{-9}}}}{100} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7{,}07$$

$$BW = 225{,}1kHz/7{,}07 = 31{,}8kHz$$

Zjawisko rezonansu

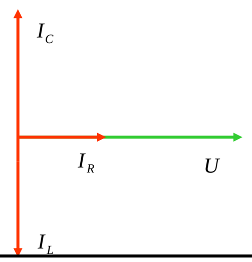


$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$I = I_R + I_L + I_C = GU + j\omega CU - \frac{jU}{\omega L} = U\left[G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right]$$

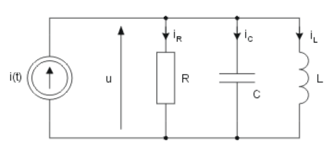
Przesuniecie fazowe będzie równe 0 gdy $G_C = G_L$ a to ma miejsce dla pulsacji rezonansowej

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \qquad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$



w stanie rezonansu prądy w cewce i kondensatorze są równe co do modułu, ale przeciwnie skierowane

Zjawisko rezonansu



$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

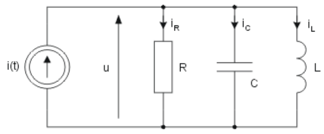
- **Częstotliwość rezonansowa** $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$
- W odróżnieniu od szeregowego w obwodzie równoległym RLC ***dobrocią*** Q nazywamy stosunek wartości skutecznej prądu płynącego w gałęzi z elementem reaktancyjnym (kondensatorem lub cewką) do wartości skutecznej prądu w gałęzi z elementem rezystancyjnym w czasie rezonansu

$$Q = \frac{|I_L|}{|I_R|} = \frac{|I_C|}{|I_R|} = \omega_0 CR = \frac{R}{\omega_0 L}$$

$$Q = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Tym razem dobroć obwodu jest wprost proporcjonalna do rezystancji, a odwrotnie proporcjonalna do rezystancji charakterystycznej.

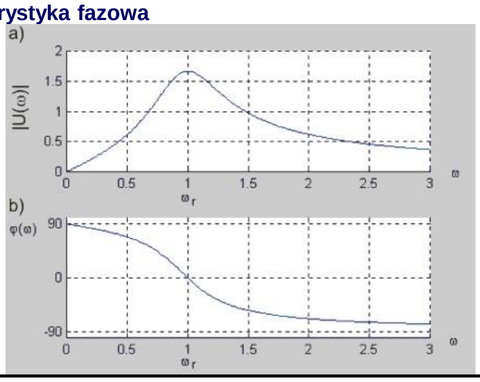
Zjawisko rezonansu –charakterystyki częstotliwościowe



$$U(\omega) = \frac{I}{G + j\omega C - j\dfrac{1}{\omega L}} = |U(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

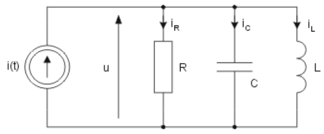
$$|U(\omega)| = \frac{|I|}{\sqrt{G^2 + (\omega C - 1/(\omega L))^2}}$$ **charakterystyka amplitudowa**

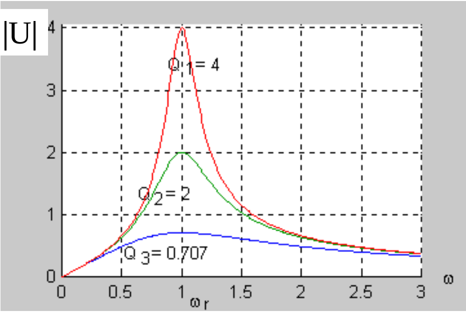
$$\varphi(\omega) = -arctg\,\frac{\omega C - 1/(\omega L)}{G}$$ **charakterystyka fazowa**



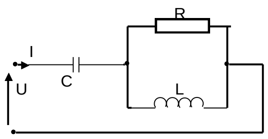
Q=0,6

Zjawisko rezonansu –charakterystyki częstotliwościowe





Zjawisko rezonansu



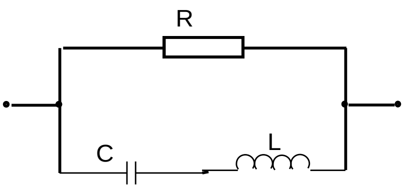
$$Z = \frac{R(jX_L)}{R + jX_L} - jX_C = \frac{jR\omega L}{R + j\omega L} - j\frac{1}{\omega C} = \frac{R\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\frac{R^2\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{1}{\omega C}\right)$$

warunek rezonansu $\frac{R^2\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{1}{\omega C}$

stąd $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R^2}{R^2 - \frac{L}{C}}}$

Impedancja obwodu w rezonansie $= \frac{L}{RC}$

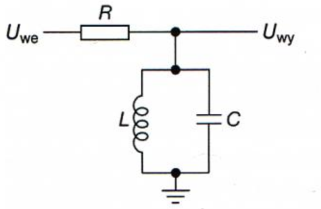
Zjawisko rezonansu



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Impedancja obwodu w rezonansie $= \frac{L}{RC}$

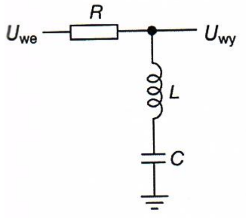
Obwody rezonansowe



$$I = I_L + I_C = U(j\omega C - \frac{j}{\omega L}) = jU[G_C - G_L] \Longrightarrow \frac{U}{I} = \frac{j}{G_L - G_C}$$

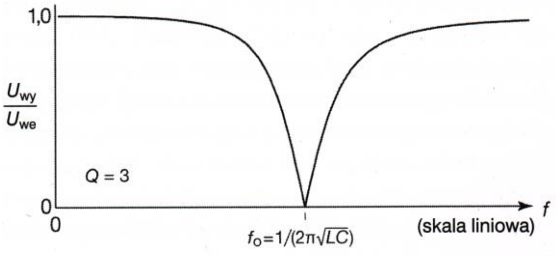
Dla $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad G_C = G_L$

Obwody rezonansowe

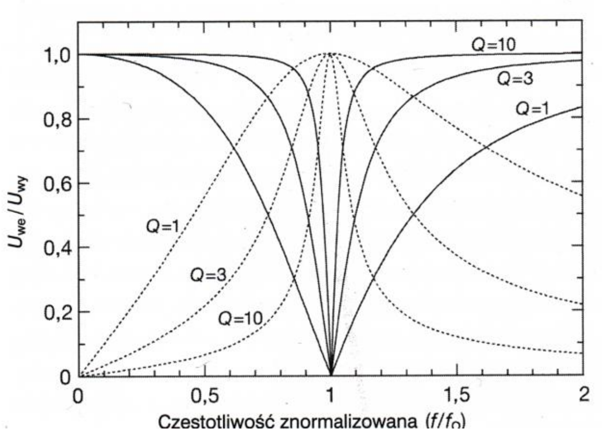


$$U = U_L + U_C = Ij(X_L - X_C) \Longrightarrow \frac{U}{I} = j(X_L - X_C)$$

Dla $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad X_C = X_L$



Obwody rezonansowe



Obwody rezonansowe