Podstawy elektroniki, elektrotechniki i miernictwa

Wykład 4

Podstawy teorii obwodów

Podstawy elektroniki, elektrotechniki i miernictwa

Dr inż. Janusz Dudziak

Plan wykładu:

pojęcia i definicje podstawowe,

Podstawy elektroniki, elektrotechniki i miernictwa

Dr inż. Janusz Dudziak

Literatura:

P. Hempowicz, **Elektrotechnika i elektronika dla nieelektryków,** WNT 2004

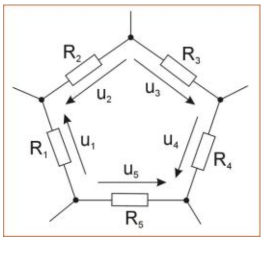
S. Bolkowski **Teoria obwodów elektrycznych** WNT 2003

S. Osowski, K. Siwek, M. Śmiałek **Teoria obwodów** Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2006

Obwód elektryczny

*Za **obwód elektryczny** uważać będziemy takie połączenie elementów ze sobą, że istnieje możliwość przepływu prądu w tym połączeniu. Obwód posiada pewną strukturę.*

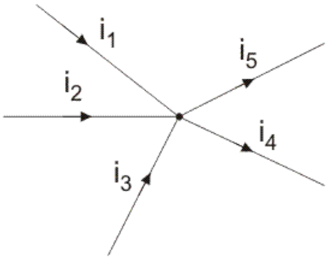
Różnica potencjałów między dwoma punktami tego środowiska nazywana jest napięciem elektrycznym. Jednostką napięcia elektrycznego jest volt (V).



I prawo Kirchhoffa

$$\sum_k i_k = 0$$

Suma prądów w każdym węźle obwodu elektrycznego jest równa zeru



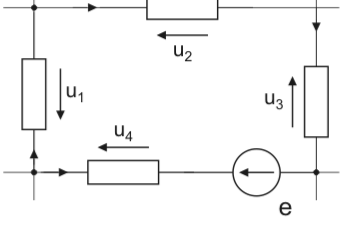
$i_1 + i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$

$i_1 + i_2 + i_3 = i_4 + i_5$

II prawo Kirchhoffa

$$\sum_k u_k = 0$$

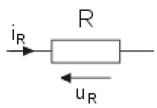
Suma napięć w każdym oczku obwodu elektrycznego jest równa zeru

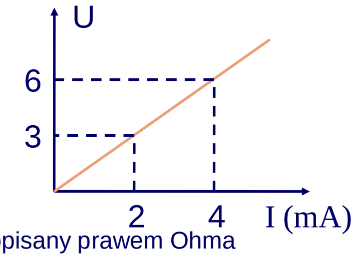


$u_1 + u_2 + u_3 - u_4 - e = 0$

$e = u_1 + u_2 + u_3 - u_4$

Zależność pomiędzy napięciem i prądem: rezystancja





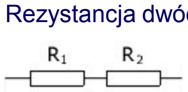
- Idealny, liniowy element rezystancyjny jest opisany prawem Ohma

$$\boxed{u_R = R \cdot i_R}$$

- Jednostką rezystancji jest **om (Ω)**. 1 Ω=1V/1A
- Rezystancja przewodnika $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ gdzie ρ jest opornością właściwą (rezystywnością) materiału, z jakiego wykonany jest przewodnik, *l* długością a *A* przekrojem poprzecznym przewodnika.
- Zależność ρ od temperatury $R_t = R_{20}[1 + \alpha_{20}(t - 20^\circ)]$
- Niektóre półprzewodniki mają α_{20} <0.

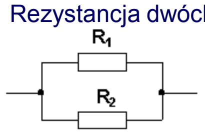
Zależność pomiędzy napięciem i prądem: rezystancja

- Rezystancja dwóch oporników połączonych szeregowo wynosi



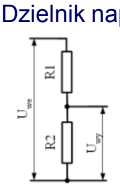
$$R = R_1 + R_2$$

- Rezystancja dwóch oporników połączonych równolegle wynosi



$$R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

- Dzielnik napięcia. Zależność napięć jest następująca:



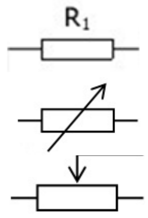
$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- Idealny opornik jest elementem **stratnym** i **bezinercyjnym**. Moc chwilowa wydzielana na oporniku jest równa

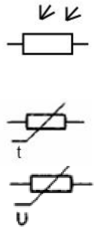
$$p_R = u_R \cdot i_R = i_R^{\ 2} \cdot R = \frac{u_R^{\ 2}}{R}$$

rezystor

- Oporniki typy:

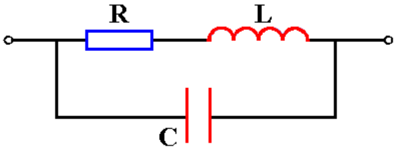


  - Stały
  - O zmiennej oporności
  - Potencjometr

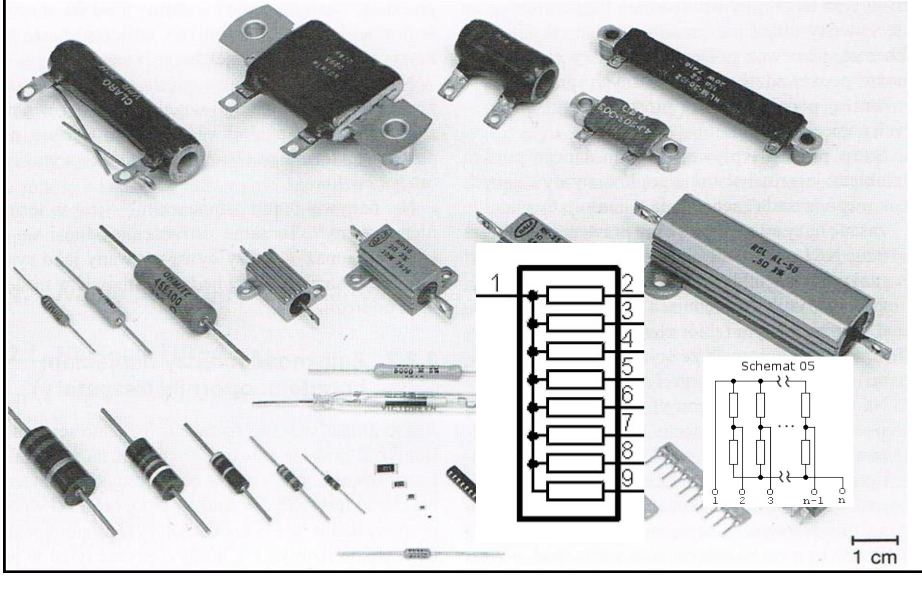


  - fotorezyst
  - termistor;
  - warystor.

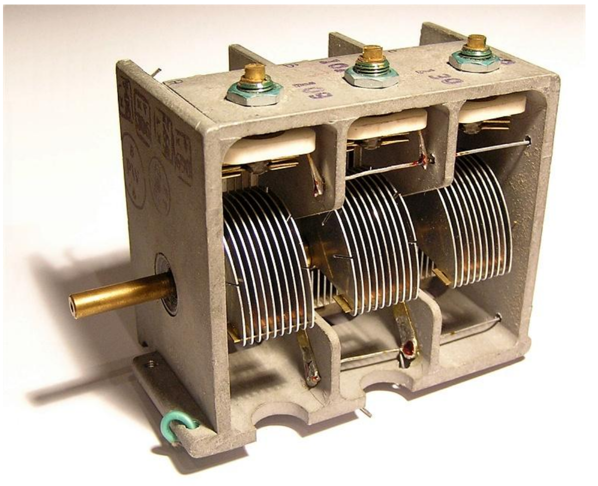
- Opornik rzeczywisty – schemat zastępczy



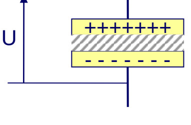
rezystor



kondensator



kondensator



$$C = \frac{Q}{U}$$

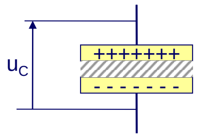
jednostka -
1F=1C/1V

pojemność kondensatora = 1F, jeżeli napięcie 1V na jego okładkach powoduje zgromadzenie na każdej elektrodzie ładunku 1C

$q = C \cdot u$ Zatem prąd ładowania kondensatora $i_C = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

a napięcie na kondensatorze $\boxed{u_C(t_0) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i(t)dt}$

kondensator



Moc chwilowa doprowadzana do kondensatora $p_C(t) = i_C(t) \cdot u_C(t) = C \cdot u_C \dfrac{du_C}{dt}$

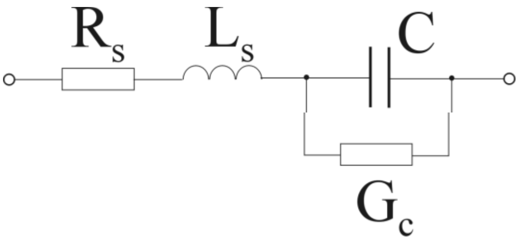
Energia na kondensatorze $W = \int_{-\infty}^{t_0} u(t)i(t)dt = C\int_{-\infty}^{t_0} u(t)\dfrac{du(t)}{dt}dt$

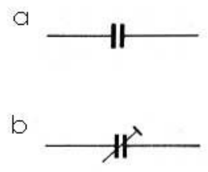
$$= \frac{1}{2}Cu^2(t_0) - \frac{1}{2}Cu^2(t=-\infty)$$

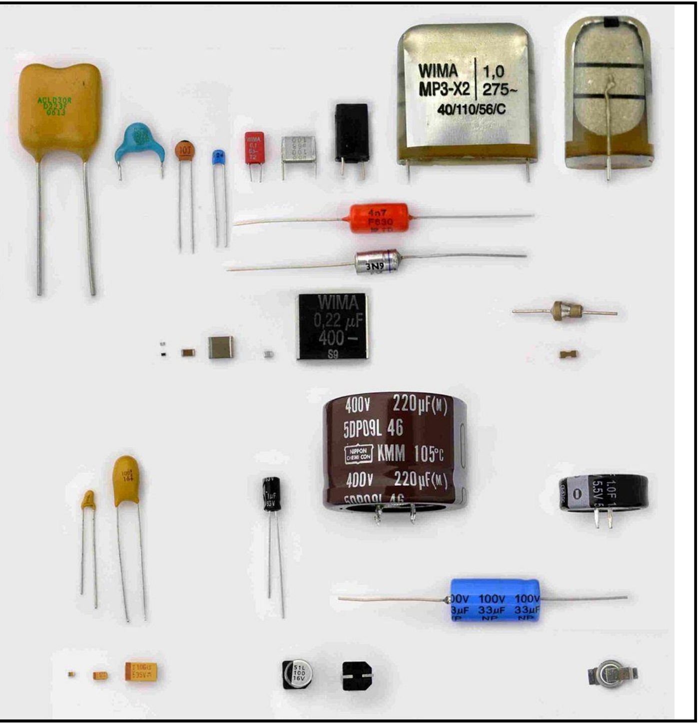
$$\boxed{W = \frac{1}{2}Cu^2(t_0)}$$

Idealny kondensator jest elementem bezstratnym, inercyjnym

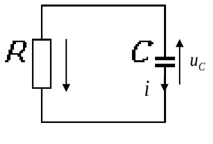
kondensator rzeczywisty







kondensator w układzie



$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

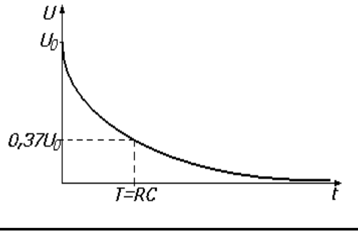
$$C\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R} = i$$

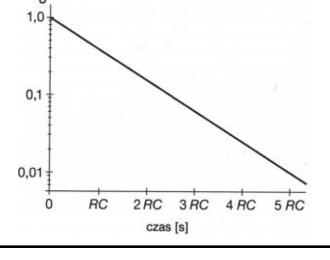
$$u_C(t) = Ae^{-t/RC}$$

$$\boxed{u_C(t) = U_0 e^{-t/RC}}$$

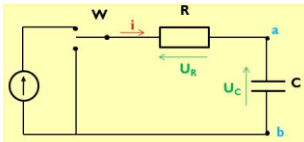
$RC = \tau$ - stała czasowa układu.

Jeżeli $C=1\mu F$, $R=1k\Omega$ to $\tau = 1mS$





kondensator w układzie

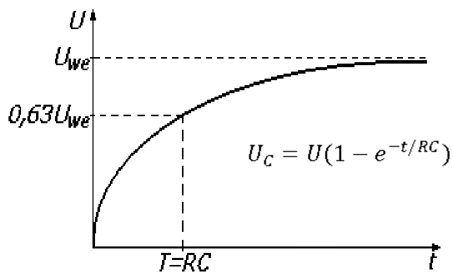


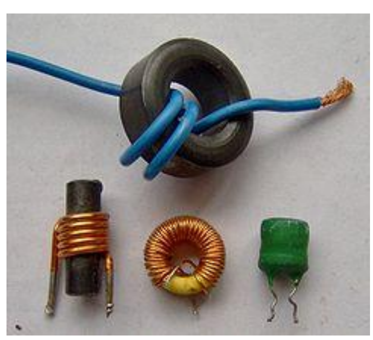
$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U - u_C}{R}$$

$$u_C = U + Ae^{-t/RC}$$

$$u_C = U(1 - e^{-t/RC})$$

$RC = \tau$ - stała czasowa układu.





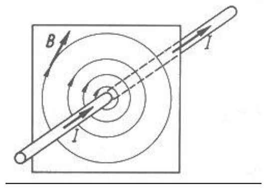
indukcyjność

Pole magnetyczne

Pole magnetyczne jest stanem (własnością) przestrzeni, w której siły działają na poruszające się ładunki elektryczne, a także na ciała mające moment magnetyczny niezależnie od ich ruchu. Pole magnetyczne jest obok pola elektrycznego przejawem pola elektromagnetycznego.

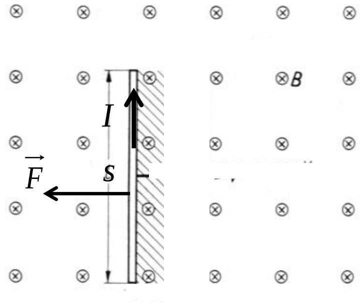
Pole magnetyczne jest polem wektorowym.

Obrazowo pole magnetyczne przedstawia się jako linie pola magnetycznego.



Linie sił pola magnetycznego wytwarzane przez prostoliniowy przewodnik, w którym płynie prąd elektryczny układają się we współśrodkowe okręgi. Jest to pole magnetyczne kołowe.

Pole magnetyczne



Pole magnetyczne opisuje wielkość wektorowa zwana ***indukcją magnetyczną*. (*B*)**

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

gdzie $\vec{F}$ jest siłą działającą na poruszający się w polu z prędkością $\vec{v}$ ładunek elektryczny ***q***

Skalarnie wzór ten można napisać jako $F = qvB\sin\alpha$

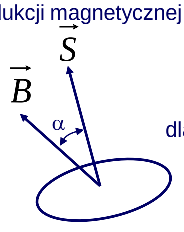
Jeżeli ładunek porusza się prostopadle do linii sił pola magnetycznego to $B = \frac{F}{qv}$

lub inaczej $B = \frac{F}{Is}$ gdzie **S** jest długością przewodu, na który oddziałuje pole

Jednostką jest tesla (T), **jest to indukcja pola, które działa na ładunek 1 Coulomba poruszający się z prędkością 1 m/s, prostopadle do jego linii sił, z siłą 1N**

Pole magnetyczne

Strumień indukcji magnetycznej jest zdefiniowany jako iloczyn skalarny wektora indukcji magnetycznej i wektora normalnego do powierzchni S.



$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos\alpha$$

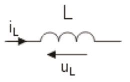
dla dowolnej powierzchni

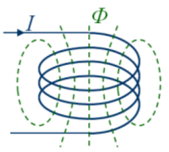
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_S BdS \cos\alpha$$

Strumień pola magnetycznego przechodzący przez powierzchnię zamknięta jest równy zero. Pole magnetyczne jest polem bezźródłowym.

Jednostką jest $[\Phi] = [B] \cdot [S] = 1T \cdot 1m^2 = \frac{1V \cdot 1s}{1m^2} \cdot 1m^2 = 1V \cdot s = 1Wb$

cewka





Cewka ma zdolność gromadzenia energii w polu magnetycznym

Strumień skojarzony cewki jest równy sumie strumieni wszystkich jej zwojów. Jeżeli tych zwojów jest *n* to

$$\Psi = n\Phi$$

- Idealna cewka ma tylko jedną właściwość, zwaną ***indukcyjnością własną***. W przypadku cewki liniowej ***indukcyjność*** definiuje się jako stosunek strumienia skojarzonego z cewką do prądu płynącego przez nią, to znaczy

$$\boxed{L = \frac{\Psi}{i_L}}$$

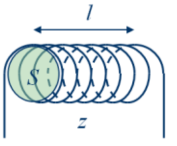
- Jednostką indukcyjności jest **henr** (H), 1H=1Ω·1s .

Indukcyjność własna cewki jest zależna od jej wymiarów oraz przenikalności magnetycznej otoczenia uzwojenia

cewka

- Indukcyjność cewki powietrznej jest w przybliżeniu równa

$$L = \frac{\mu_r \mu_0 z^2 S}{l}$$



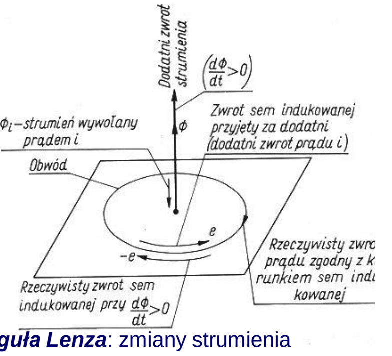
z - ilość zwojów
S – pole przekroju poprzecznego
l – długość
μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni
μ_r - przenikalność względna rdzenia

- Cewki z rdzeniem ferromagnetycznym są nieliniowe. Ich indukcyjność jest zależna od prądu

Prawo Faradaya

- Zmienne w czasie pole magnetyczne jest źródłem pola elektrycznego, które oddziałuje na ładunki.
- Mówimy, że zmienny w czasie strumień magnetyczny indykuje siłę elektromotoryczną w obwodzie , która jest proporcjonalna do zmiany w czasie strumienia skojarzonego z tym obwodem.

$$\boxed{e = -\frac{d\Psi}{dt}}$$



Dla obwodu wielozwojowego

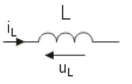
$$\Psi = \Phi_1 + \cdots + \Phi_n$$
$$\Psi = n\Phi$$

- Zwrot siły elektromotorycznej określa ***reguła Lenza***: zmiany strumienia skojarzonego z obwodem powodują powstanie sił elektromotorycznych i mechanicznych, przeciwdziałających zmianom strumienia skojarzonego.

cewka - reguła Lenza

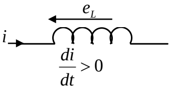
- Napięcie cewki wyrażone jest jako pochodna strumienia względem czasu

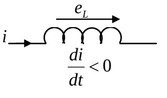
$$u_L = -\frac{d\Psi}{dt}$$



- dla cewki liniowej $\boxed{u_L = -L\frac{di_L}{dt}}$

- Przyrost prądu powoduje powstanie (zgodnie z reguła Lenza) ujemnej siły elektromotorycznej





Energia zgromadzona w cewce

- Moc chwilowa doprowadzona do cewki

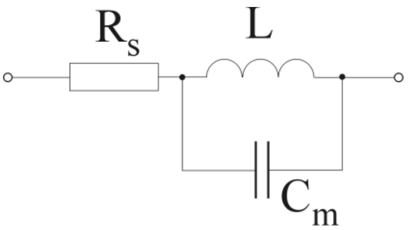
$$p_L(t) = i_L(t) \cdot u_L(t) = L \cdot i_L(t)\frac{di_L}{dt}$$

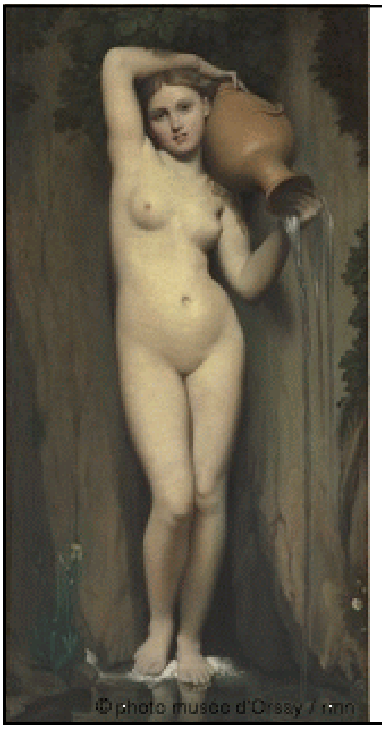
- Energia zgromadzona w cewce:

$$W_L(t_0) = \int_0^{t_0} i(t)u(t)dt = L\int_0^{t_0} i(t)\frac{di(t)}{dt}dt = \frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

- idealna cewka jest elementem inercyjnym bezstratnym.

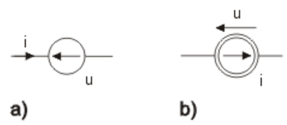
Rzeczywista cewka indukcyjna



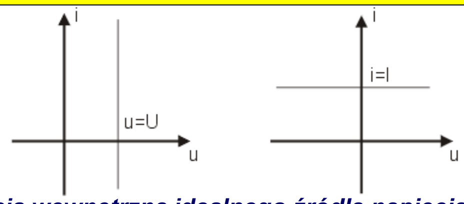


źródła

źródła

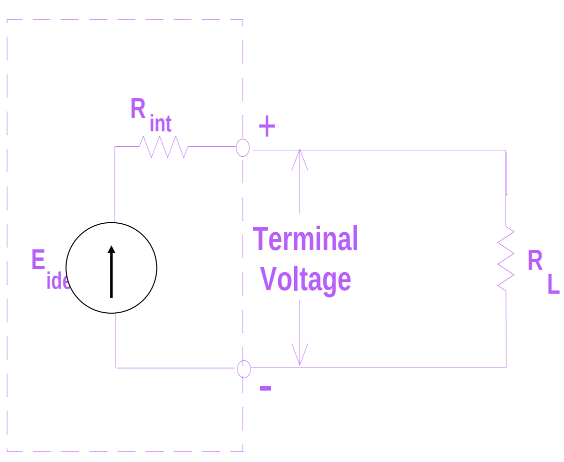


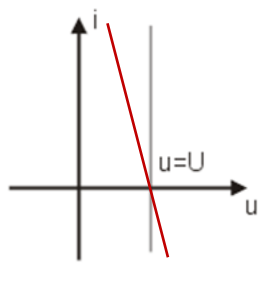
Źródło idealne niezależne (niesterowane) prądu (rys.b) bądź napięcia (rys.a), zwane w skrócie źródłem prądu i źródłem napięcia, jest elementem aktywnym, generującym energię elektryczną.



- ***rezystancja wewnętrzna idealnego źródła napięcia jest równa zeru (zwarcie).***
- ***rezystancja wewnętrzna idealnego źródła prądowego jest równa nieskończoności.***

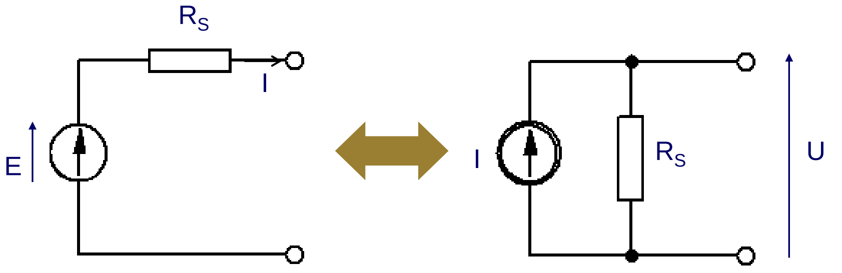
źródło rzeczywiste i równoważność źródeł





Actual voltage source

źródło rzeczywiste i równoważność źródeł

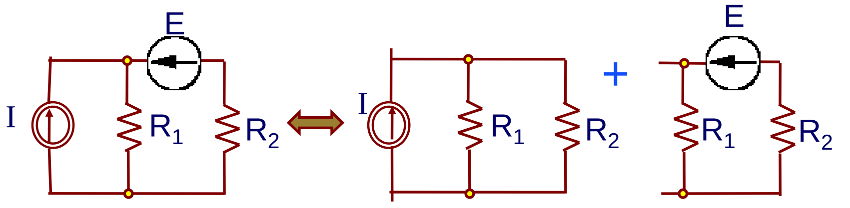


$E = IR_S$

$I = U/R_S$

Analiza obwodów prądu stałego

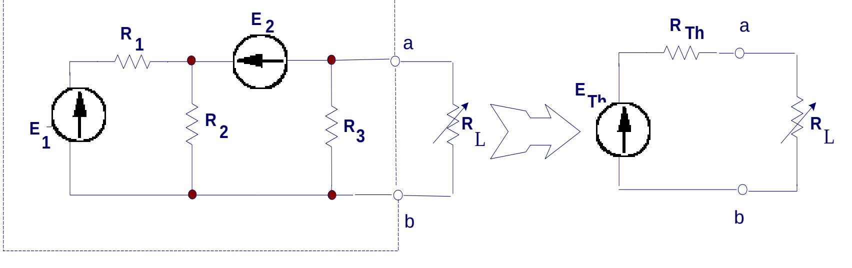
zasada superpozycji



Całkowity prąd lub napięcie na rezystorze lub w gałęzi może być zastąpiony przez efekt spowodowany przez każde źródło z osobna.

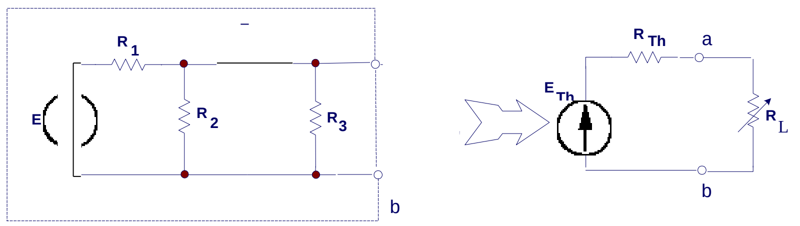
I. Zamieniamy wszystkie źródła napięciowe przez zwarcie a wszystkie źródła prądowe przez otwarty obwód, z wyjątkiem źródła, które badamy.

Twierdzenie Thevenin'a



1. Jakikolwiek liniowy układ dwójników może być uproszczony do prostego układu składającego się obciążenia i z pojedynczego źródła napięcia, E_{Th} i rezystancji wewnętrznej, R_{Th}.
2. E_{Th} jest równoważne *napięciu otwartego układu* na zaciskach *a* i *b*, oraz R_{Th} jest wypadkową rezystancją "widoczną" z punktu widzenia tych zacisków.

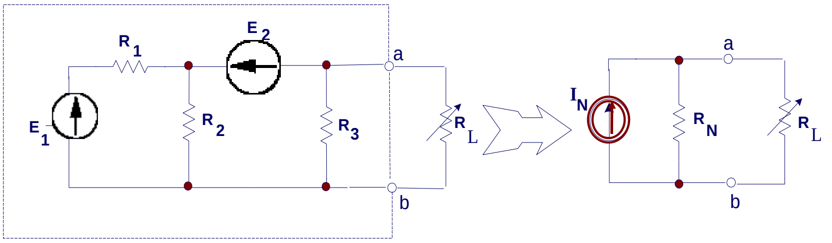
Twierdzenie Thevenin'a



Procedura.

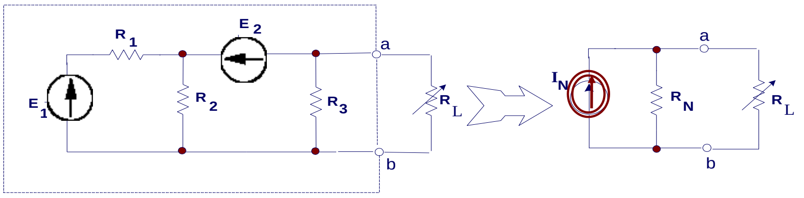
1. Usunąć obciążenie układu
2. Ustawić wszystkie źródła na 0.
3. Obliczyć R_{Th} jako oporność zastępczą układu dla zacisków *ab*.
4. E_{th} oblicza się umieszczając z powrotem źródła i obliczając napięcie na otwartych zaciskach *ab* układu..

Twierdzenie Nortona



1. Twierdzenie Nortona pozwala podobnie jak tw. Thevenin'a zastąpić układ układem składającym się ze źródła prądowego, I_N , i rezystora R_N.
2. I_N jest równoważnym *prądem zwarcia* pomiędzy punktami *a* i *b*, oraz R_N jest równoważną rezystancją widzianą pomiędzy tymi punktami.

Twierdzenie Nortona

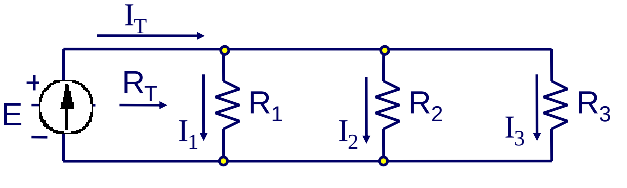


Procedura

1. Usunąć obciążenie układu
2. Ustawić wszystkie źródła na 0.
3. Obliczyć R_N jako oporność zastępczą układu na zaciskach *ab*.
4. I_N oblicza się umieszczając z powrotem źródła i obliczając prąd na zwartych zaciskach *ab*

Analiza obwodów prądu stałego

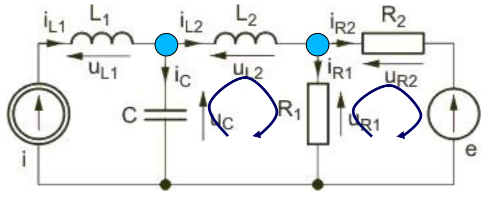
Węzły i oczka obwodu



- ***Węzłem*** *obwodu jest zacisk będący końcówką gałęzi do którego można dołączyć następną gałąź lub kilka gałęzi. Gałąź obwodu ograniczona jest dwoma węzłami.*

- ***Oczkiem*** *obwodu jest zbiór gałęzi połączonych ze sobą i tworzących drogę zamkniętą dla prądu elektrycznego. Usunięcie dowolnej gałęzi z oczka powoduje, że pozostałe gałęzie nie tworzą drogi zamkniętej*

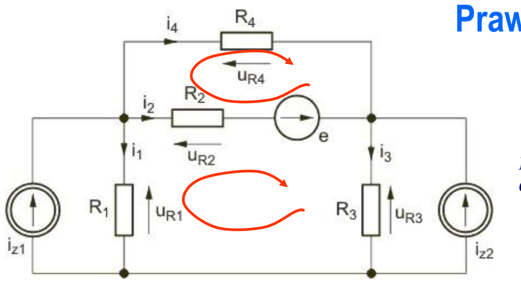
Prawa Kirchhoffa -przykład 1



$$u_C - u_{L2} - u_{R1} = 0$$
$$u_{R1} - u_{R2} - e = 0$$

$$i_{L1} - i_{L2} - i_C = 0$$
$$i_{L2} - i_{R1} - i_{R2} = 0$$
$$i_{L1} = i$$

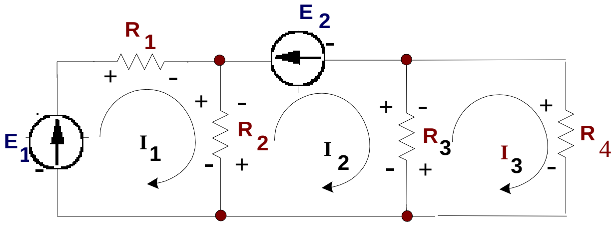
Prawa Kirchhoffa -przykład 2



R_1=2 Ω, R_2=2 Ω, R_3=3 Ω, R_4=4 Ω, e=10 V, i_{z1}=2 A, i_{z2}=5 A.

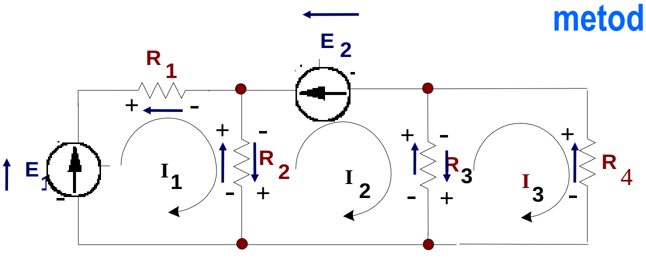
Rozwiązanie: i_1=3,187 A, i_2=0,875 A, i_3 =3,812 A oraz i_4=-2,062 A

metoda oczkowa



I. Ustalamy dowolny kierunek przepływu prądu (zgodny z kier. wskazówek zegara) dla każdego oczka
II. Oznaczamy polaryzacje na rezystorach i źródłach. Napięcia przechodzone od – do + są brane z dodatnim znakiem od + do – z ujemnym znakiem. Napięcia na rezystorach przechodzących zgodnie z kierunkiem prądu są ujemne!
III. Stosujemy I.Prawo Kirchoffa (napięciowe) do oczek
IV. W węzłach stosujemy II.Prawo Kirchoffa (natężeniowe)

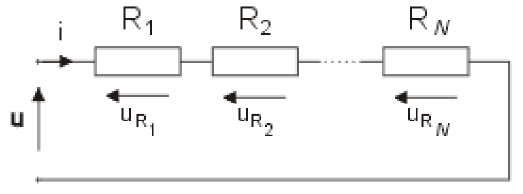
metoda oczkowa



E_1 = 10V, E_2 = 15 V,
$R_1 = R_4$ = 1 kΩ ,
$R_2 = R_3$ = 500 Ω.

$$\begin{cases} 10 - 1k \times I_1 - 0.5k \times I_1 + 0.5k \times I_2 = 0 \\ -15 + 0.5k \times I_1 - 0.5k \times I_2 - 0.5k \times I_2 + 0.5k \times I_3 = 0 \\ 0.5k \times I_2 - 0.5k \times I_3 - 1k \times I_3 = 0 \end{cases}$$

przekształcenie obwodów
układ połaczenia szeregowego

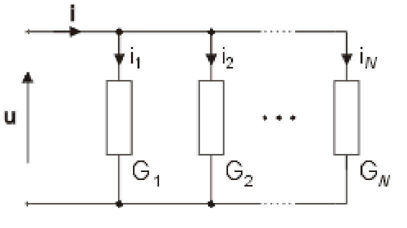


Z I prawa Kirchhoffa

$$u = i \cdot R_1 + i \cdot R_2 + i \cdot R_3 + ... + i \cdot R_N$$

$$R = \sum_{k=1}^{N} R_i$$

przekształcenie obwodów
układ połaczenia równoległego

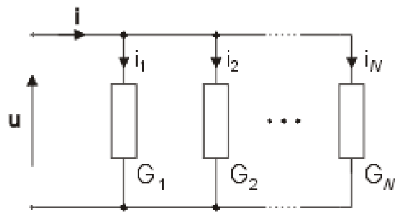


Z I prawa Kirchhoffa

$$i = u \cdot (G_1 + G_2 + .. + G_N) \qquad gdzie \;\; G_i = \frac{1}{R_i}$$

$$G = \sum_{k=1}^{N} G_i \Rightarrow \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

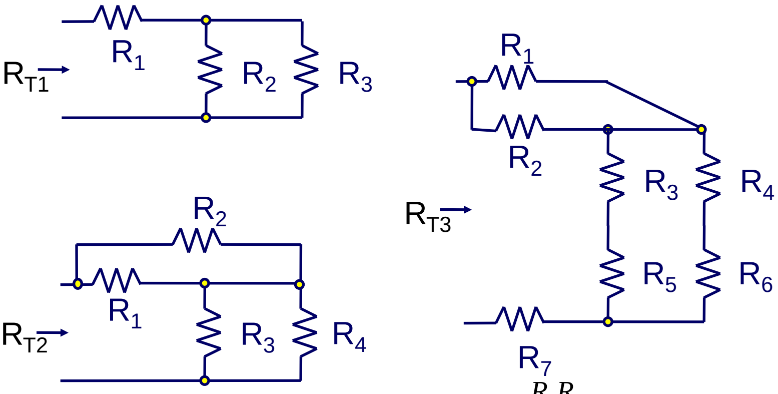
przekształcenie obwodów
układ połaczenia równoległego. Przykład



Niech N=2

$$G=\sum_{k=1}^{2}G_i=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}\quad\Rightarrow\quad R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

Przykład



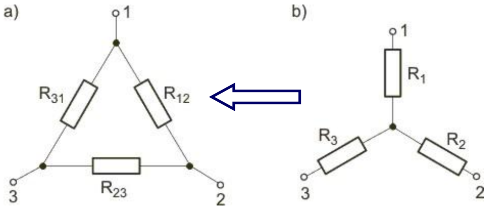
$$R_{T1}=R_1+\frac{R_3R_2}{R_3+R_2}$$

$$R_{T2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}$$

$$R_{T3}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{(R_3+R_5)(R_4+R_6)}{R_3+R_5+R_4+R_6}+R_7$$

przekształcenie obwodów gwiazda-trójkąt i v/v

zagadnienie sprowadza się do budowy konfiguracji zastępczej, równoważnej danej. Widziane z zacisków zewnętrznych prądy przy tych samych napięciach międzyzaciskowych powinny być identyczne. Dla uzyskania niezmienionych prądów zewnętrznych obwodu gwiazdy i trójkąta rezystancje między parami tych samych zacisków gwiazdy i trójkąta powinny być takie same. Zostało udowodnione, że powyższe warunki są automatycznie spełnione, jeśli przy zamianie gwiazdy na trójkąt spełnione są następujące warunki



$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_3 + R_2 + \frac{R_3 R_2}{R_1}$$

$$R_{31} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

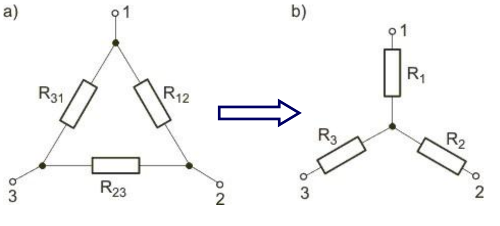
przekształcenie obwodów gwiazda-trójkąt i v/v

podobnie przy zamianie trójkąta na gwiazdę

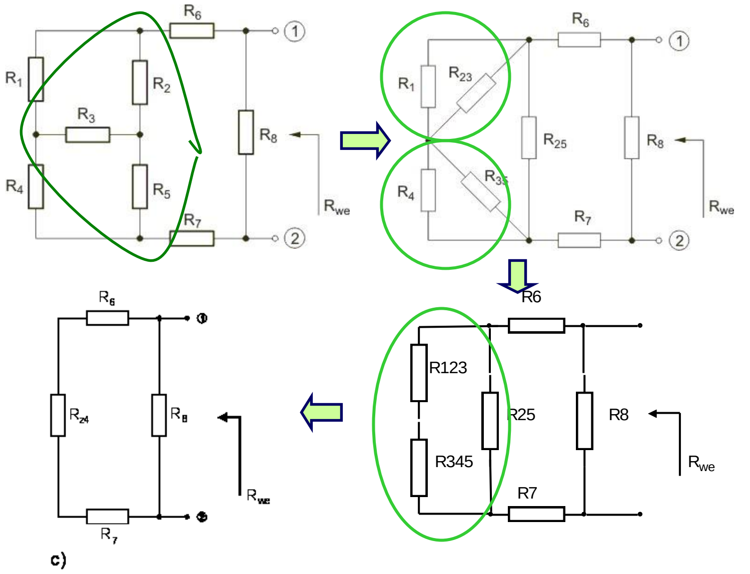
$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



przekształcenie obwodów
Przykład.



przekształcenie obwodów
Przykład.